

ALGEBRE : les progressions

Progressions arithmétiques

Enoncés

1. Soit la P.A. : $\frac{1}{2}$, 1 , $\frac{3}{2}$, ... Calculer r , t_7 , S_7
2. Soit la P.A. : 11 , 7 , 3 , ... Calculer S_{10}
3. Soit la P.A. : -4 , 1 , 4 , ... Calculer S_8
4. Calculer la raison d'une P.A. de 11 termes dont le premier vaut 8 et dont la somme vaut 253
5. Calculer le nombre de termes d'une P.A. dont $t_1 = 23$, $r = -2$ et $S = 140$
6. Calculer la raison d'une P.A. dont les termes extrêmes sont 3 et 21 et dont la somme vaut 120

Solutions

1. $r = \frac{1}{2}$
 $t_7 = \frac{7}{2}$
 $S_7 = 14$

2. $S_{10} = -70$

3. Il ne s'agit pas d'une P.A.

4.

$$253 = \frac{11(8 + t_{11})}{2} \text{ d'où } t_{11} = 38$$
$$r = \frac{38 - 8}{10} = 3$$

5.

$$140 = \frac{n(23 + (23 + (n-1)(-2)))}{2}$$
$$280 = n(48 - 2n)$$
$$2n^2 - 48n + 280 = 0$$
$$n = 14$$
$$n = 10$$

6.

$$\begin{cases} 21 = 3 + (n-1)r \\ 120 = \frac{n(3 + 21)}{2} \end{cases}$$
$$n = 10$$
$$r = 2$$

Progressions géométriques

Enoncés

1. Soit la P.G. : 1 , 3 , 9 , ...
Calculer r , t_7 , S_5 , P_6
2. Soit la P.G. : $2/3$, $2/9$, $2/27$, ...
Calculer t_6 , S_6 , P_6
3. Soit la P.G. : $\sqrt{2}$, $\sqrt{6}$, ...
Calculer r , t_{10} , S_{10} , P_5
4. Rechercher quatre nombres en P.G. si les termes extrêmes sont 96 et 768
5. Calculer la valeur de a si 35 , a , 875 sont en P.G.
 72 , a , 18 sont en P.G.
6. Calculer r si $t_3 = 11,25$ et $t_5 = 19,6875$
7. Calculer les quatre premiers termes d'une P.G. si $r = 2$ et $S_4 = 162$
8. Calculer les cinq premiers termes d'une P.G. ainsi que leur somme si
 $t_1 = a$ et $t_2 = a^2b$

Solutions

1. $r = 3$
 $t_7 = 3^6 = 729$
 $S_5 = \frac{3^5 - 1}{2} = 121$
 $P_6 = 3^{15} = 14348907$
2. $r = 1/3$
 $t_6 = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{2}{729}$
 $S_6 = \frac{2}{3} \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^6 - 1}{\frac{1}{3} - 1} = \frac{728}{729}$
 $P_6 = \left(\frac{2}{3}\right)^6 \left(\frac{1}{3}\right)^{15} = \frac{2^6}{3^{21}}$
3.
 $r = \sqrt{3}; t_{10} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}^9 = 81\sqrt{6}$
 $S_{10} = \sqrt{2} \frac{\sqrt{3}^{10} - 1}{\sqrt{3} - 1} = 121\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)$
 $P_5 = \sqrt{2}^5 \sqrt{3}^{10} = 972\sqrt{2}$

$$4. \quad r = \sqrt[3]{\frac{768}{96}} = 2$$

96,192,384,768

$$5. \quad r = \pm \sqrt{\frac{875}{35}} = \pm 5$$

$$a = \pm 175$$

$$r = \pm \sqrt{\frac{18}{72}} = \pm \frac{1}{2}$$

$$a = \pm 36$$

$$6. \quad r = \pm \sqrt{\frac{19.6875}{11.25}} = \pm \sqrt{1.75}$$

$$7. \quad 162 = t_1 \frac{2^4 - 1}{2 - 1} = 15t_1$$

$$t_1 = 10.8$$

P.G. : 10.8;21.6;43.2;86.4

$$8. \quad r = ab$$

P.G. : $a ; a^2b ; a^3b^2 ; a^4b^3 ; a^5b^4$

$$S = a \frac{a^n b^n - 1}{ab - 1}$$